

Egy újabb ellipszis - szerkesztés

Az interneten nézelődve találtuk az [1] művet, benne pedig az 1. ábrán bemutatott ellipszis - szerkesztést. Ezt mi nem tanultuk, nem is tanítjuk.

To construct an ellipse in a rectangle.

Stage 1. Draw a rectangle, length and breadth equal to the major and minor axes.

Stage 2. Divide the two shorter sides of the rectangle into the same *even* number of equal parts. Divide the major axis into the same number of equal parts.

Stage 3. From the points where the minor axis crosses the edge of the rectangle, draw intersecting lines as shown in Fig. 11.6.

Stage 4. Draw a neat curve through the intersections.

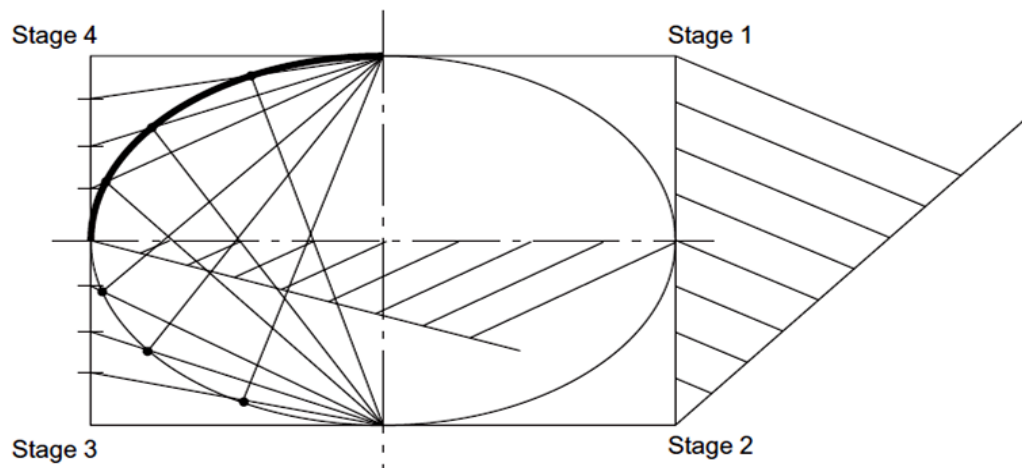


Figure 11.6

1. ábra – forrása: [1]

A szerkesztés lépései:

1. Rajzoljunk egy téglalapot, melynek oldalai az ellipszis kis - és nagytengelyével megegyező hosszúságúak!
2. Osszuk fel (az ismert szerkesztéssel) a téglalap rövidebbik oldalait egyforma, páros számú részre! Osszuk fel a nagytengelyt is ugyanennyi egyenlő részre!
3. A kistengely és a téglalap - oldal metszéspontjaiból rajzoljunk egyeneseket a kapott osztáspontokon át, az 1. ábra szerint!
4. A megfelelő egyenesek metszéspontjait kössük össze egy folytonos görbe vonallal!

Mindig tanul az ember...

Megjegyzések:

M1. Ha azt gondoltuk, hogy csakis feneketlen tudatlanságunk lehet a fenti ismeretek hiányának a magyarázata, akkor egy kicsit tévedtünk. Mert bár egy kedves ismerősünk szerint – aki nem melleleg geometria - tanár – ez a szerkesztés sok könyvben megtalálható, beírva a Google - keresőbe az „ellipszis szerkesztése” szavakat, nem találtuk meg a fentieket.

Igaz, a leggyakrabban előforduló „kétkörös szerkesztés”, vagy az ennél kicsit könnyebben eltéveszthető (az ellipszis, mint mértani hely alapösszefüggésén nyugvó) másik, vagy a „kertész - módszeres” / madzagos harmadik (rajzolási) eljárás könnyebben is tanítható, meg talán már elég is, főképpen kezdők számára. Utóbbihoz ld. pl. ezt is:

<http://www.mathopenref.com/constellipse1.html> !

M2. A fentihez hasonló, „összuk fel majd kössük össze” - típusú szerkesztésekkel már máshol is találkozhattunk; pl. parabolák esetében.

Persze, a részletek sem lényegtelenek – ld. pl. itt:

<http://www.iitg.ac.in/dsharma/me111/Lecture%20%20Engineering%20curves.pdf> !

M3. Egy további, angol nyelvű kereséssel találtuk pl. ezt a helyet:

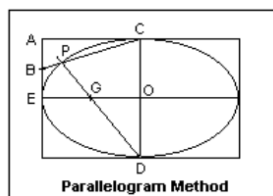
<https://www.youtube.com/watch?v=OoOGY5c98Gc> ,

ahol az 1. ábrabeli szerkesztést lépésenként részletezve bemutatják. Címe:

Engineering Drawing: Forming an ellipse inside a rectangle .

Meglehet, angolszász nyelvterületeken ez a szerkesztés jobban elterjedt.

M4. Az 1. ábra szerinti, *parallel(ogramma) - módszernek* is nevezett szerkesztés indoklására ezt találtuk – 2. ábra:

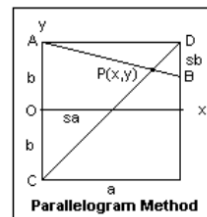


A standard method is called the *parallelogram* method, and is applicable to conjugate diameters as well as to the usual perpendicular axes. OE and EA are divided into N equal intervals. In the figure, N = 2 for simplicity. Then draw CB and intersect with DG extended to determine a point P on the ellipse. A similar method can be used to draw a parabola--it is all in how the intersecting lines are drawn. Note that we could draw circles with this method or the trammel, but there are easier ways!

The theory behind the parallelogram method can be found from the diagram at the right. The point P on the ellipse is the intersection of lines AB and CD. s is a parameter that runs from 0 to 1 as P goes from the end of the minor axis to the end of the major axis. Line AB has the equation $y = b - sbx/a$, while line CD has the equation $x = sa(b + y)/b$. Eliminating s between these two equations, we find quite readily that $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, which is the equation of an ellipse with

semimajor axis a and semiminor axis b.

If you have the major minor axes of an ellipse, it is easy to find the foci by swinging an arc of radius equal to the semimajor axis from the end of a minor axis. This arc will cut the major axis at the focal points. Conversely, if you know the foci and the major axis, the intersection of arcs drawn from the foci with radius equal to the semimajor axis will determine the ends of the minor axis.



2. ábra – forrása: <http://mysite.du.edu/~jcalvert/math/ellipse.htm>

Ennek lényege: a szerkesztési előírás szerinti két egyenes egyenletének felírása, majd a mindkét egyenletben szereplő s paraméter kiküszöbölése. A 2. ábrán $s = 1/N = 1/2$.

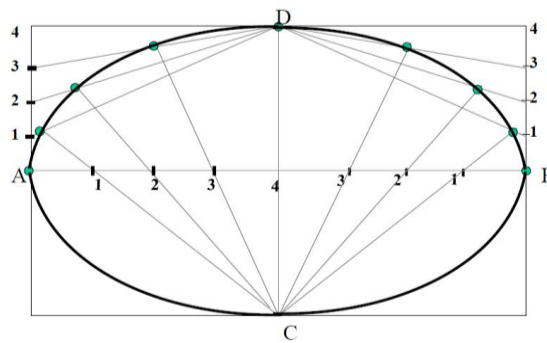
M5. Információban gazdagabb a 3. és a 4. ábra; főként azzal, hogy beszámolták az ellipszis tengelyein fekvő, a szerkesztés szerinti módon egymáshoz rendelt osztáspontokat. Itt $N = 4$. Látjuk, hogy mi a különbség a téglalap - és a paralelogramma - módszer között.

Steps:

- 1 Draw a rectangle taking major and minor axes as sides.
- 2 In this rectangle draw both axes as perpendicular bisectors of each other.
- 3 For construction, select upper left part of rectangle. Divide vertical small side and horizontal long side into same number of equal parts. (here divided in four parts)
- 4 Name those as shown..
- 5 Now join all vertical points 1,2,3,4, to the upper end of minor axis. And all horizontal points i.e.1,2,3,4 to the lower end of minor axis.
- 6 Then extend C-1 line upto D-1 and mark that point. Similarly extend C-2, C-3, C-4 lines up to D-2, D-3, & D-4 lines.
- 7 Mark all these points properly and join all along with ends A and D in smooth possible curve. Do similar construction in right side part.along with lower half of the rectangle.Join all points in smooth curve. It is required ellipse.

ELLIPSE
BY RECTANGLE METHOD

Problem 2
Draw ellipse by **Rectangle method**.
Take major axis 100 mm and minor axis 70 mm long.

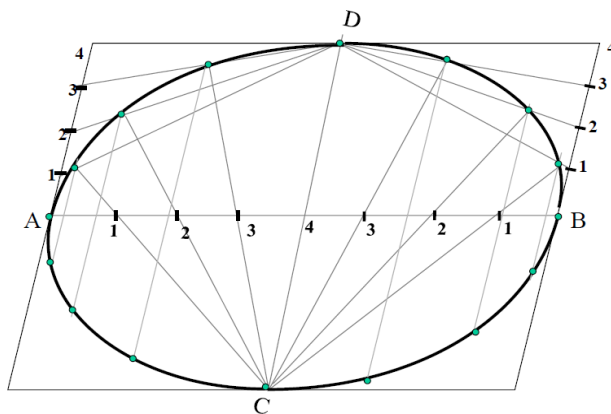


3. ábra – forrása: [2]

Problem 3:-
Draw ellipse by **Oblong method**.
Draw a parallelogram of 100 mm and 70 mm long sides with included angle of 75° . Inscribe Ellipse in it.

STEPS ARE SIMILAR TO THE PREVIOUS CASE (RECTANGLE METHOD) ONLY IN PLACE OF RECTANGLE, HERE IS A PARALLELOGRAM.

ELLIPSE
BY OBLONG METHOD



_____ 4. ábra – forrása: [2]

Reméljük, sokak számára lehet hasznos ez az ismertetés – e sorok íróján kívül.

M6. Kis idő elteltével kiderült, hogy pl. [3] - ban is megtalálható a fenti ellipszis - szerkesztés. Erről a szerző azt mondja, hogy

„Ennek a szerkesztési módszernek akkor veszi hasznát az ember, ha társátmérőpárjával (konjugált átmérőpárjával) van adva az ellipszis, és nem kívánjuk megszerkeszteni a tengelyeket, csupán további ellipszispontokat keresünk.”

Nem árt, ha ezt is tudjuk.

További források:

[1] – **Kenneth Morling**: Geometric and Engineering Drawing
3. kiadás, Elsevier Ltd., 2010., 154. o.

[2] – <http://www.it.griet.ac.in/wp-content/uploads/2014/08/I- UNIT- CURVES.pdf>

[3] – **Hajdu Endre ~ H. Temesvári Ágota**: Konstruktív geometria
Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, 1995., 151. o.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2016. 07. 10.